Matematyczna Liga Zadaniowa V LO

klasa pierwsza

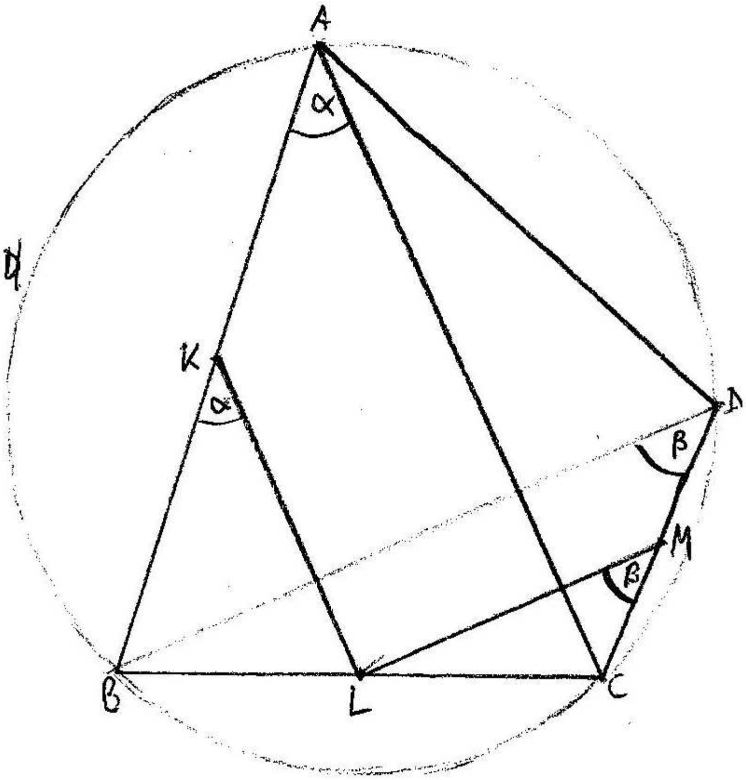
Zadanie 7. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Punkty K, L, M są środkami boków odpowiednio AB, BC, CD. Wykazać, że

$$\sphericalangle BKL = \sphericalangle CML.$$

Wpłynęły dwa rozwiązania tego zadania – oba w pełni poprawne.

Zadanie 7

PAWEŁ ŻUROWSKI
1B



Z treści zadania $|AK|=|BK|$, $|BL|=|LC|$, $KM=|MD|$
Niech $\sphericalangle BKL=\alpha$, a $\sphericalangle CML=\beta$

Zauważam, że odcinek KL jest linią środkową trójkąta ABC, a zatem jest równoległy do boku AC. $KL \parallel AC$

Wynika z stąd, że kąty ~~∢LBK~~ $\sphericalangle LKB$ i $\sphericalangle BAC$ są odpowiadające.

A zatem $\sphericalangle LKB = \sphericalangle BAC = \alpha$

Analogicznie $\sphericalangle LMC = \sphericalangle BDC = \beta$.

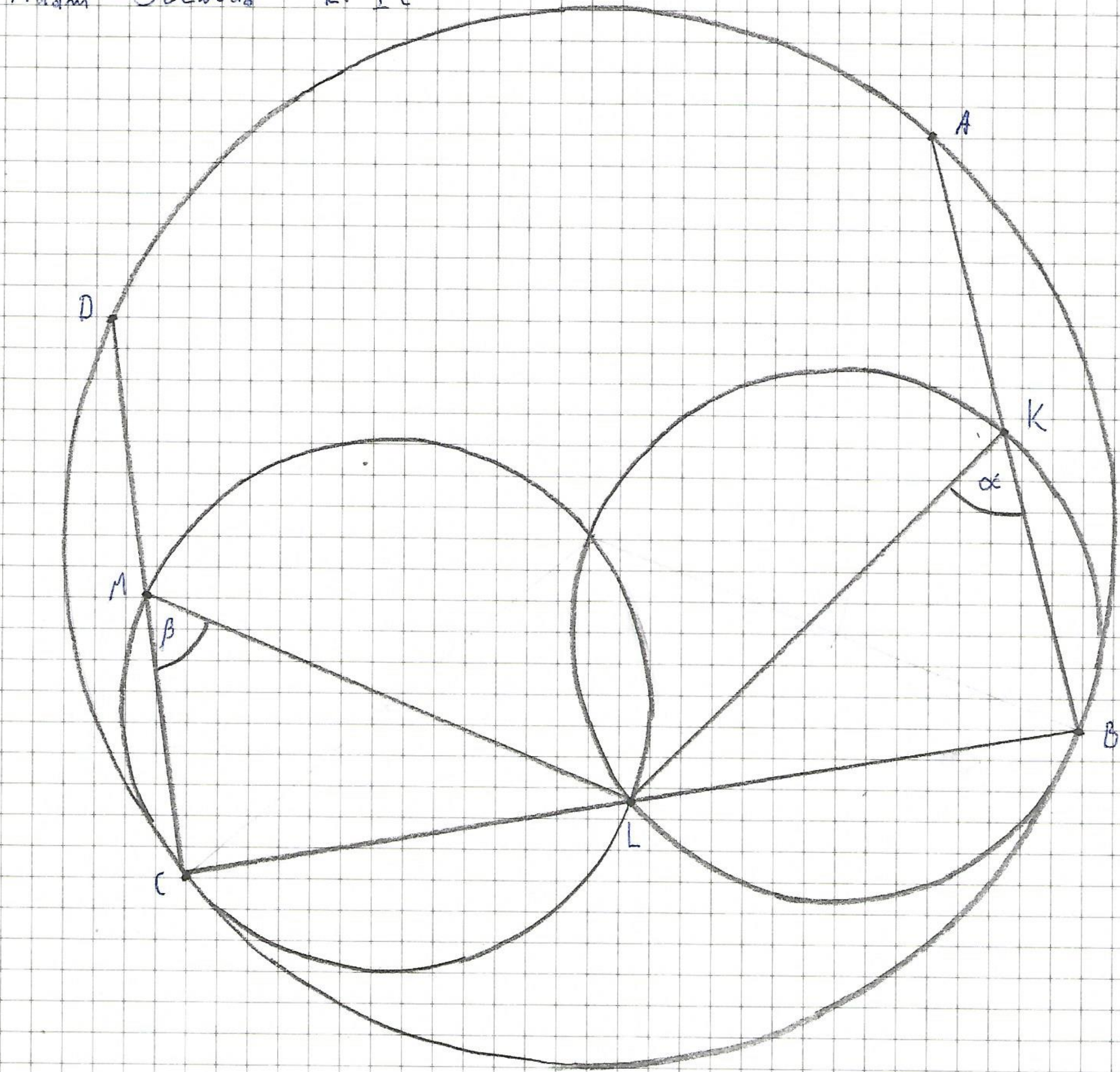
Pozostaje zauważyć, że kąty $\sphericalangle BAC$ i $\sphericalangle BDC$ są kątami opartymi na tym samym łuku, a więc są równe.

A zatem $\alpha=\beta$

$\sphericalangle BKL = \sphericalangle LMC$

co należało udowodnić.

Adam Szewuda kl Ic



Weźmy okrąg jednokładny do okręgu ABCD względem punktu C w skali $\frac{1}{2}$ i oznaczmy go O_c. Ponieważ punkt M jest jednokładny do punktu D względem punktu C w skali $\frac{1}{2}$ oraz punkt D leży na okręgu ABCD, to punkt M leży na okręgu O_c. Podobnie można udowodnić, że punkt L leży na okręgu O_c, a przy okręgu O_b jednokładnym do ABCD względem punktu B, że punkty L, K leżą na okręgu O_b. Okręgi O_c, O_b są przystające. $|BL| = |LC|$. Kąty α i β są opisane na przystających okręgach na tych samych łukach, więc mają tą samą miarę.